

Domanda individuale e di mercato Viki Nellas

Esercizio 1

Le preferenze di un consumatore sono determinate dalla funzione di utilità

$$U(x, y) = x^{1/2} y^{1/2}$$

- a. determinare la scelta ottimale del consumatore quando $p_x=2$, $p_y=1$ e $R=1000$.
- b. determinare il nuovo paniere ottimale quando il prezzo del bene y aumenta a $p_y=5$.
- c. determinare gli effetti di reddito e di sostituzione per il bene y .
- d. indicare quale relazione sussiste tra i beni x e y .
- e. si calcoli la variazione compensativa

Soluzione

a) Per determinare l'ottimo del consumatore occorre risolvere il sistema

$$\begin{cases} \frac{y}{x} = \frac{2}{1} \\ 1000 = 2x + y \end{cases}$$

Partendo quindi dalla prima equazione che rappresenta l'eguaglianza tra il SMS e il rapporto tra i prezzi otteniamo $y=2x$.

Sostituendo $y=2x$ nella seconda equazione che rappresenta il vincolo di bilancio. Otteniamo:

$$\begin{aligned} x^* &= 250 \\ y^* &= 500 \end{aligned}$$

che è l'ottimo del consumatore dati i prezzi correnti (punto E).

b) Se il prezzo del bene y passa da 1 a 5, il nuovo ottimo del consumatore si ricava dalla soluzione del sistema

$$\begin{cases} \frac{y}{x} = \frac{2}{5} \\ 1000 = 2x + 5y \end{cases}$$

dalla quale si ricava

$$\begin{aligned} x' &= 250 \\ y' &= 100 \end{aligned}$$

che è il nuovo punto di equilibrio E'.

c) L'effetto prezzo, ovvero l'effetto della variazione del prezzo di y sulla quantità domandata del bene y stesso, è quindi

$$EP = y' - y^* = 100 - 500 = -400$$

Quindi l'effetto prezzo è negativo: all'aumentare del prezzo, la quantità domandata di y diminuisce. Tale bene rispetta quindi la legge di domanda.

Vogliamo scomporre l'effetto prezzo totale in effetto sostituzione ed effetto reddito, in modo da distinguere **quanta parte della variazione della quantità domandata è dovuta esclusivamente alla variazione dei prezzi relativi e quanto invece è dovuto al fatto che il reddito reale del consumatore è diminuito a seguito dell'aumento del prezzo.**

Per fare ciò, immaginiamo di dare all'individuo, successivamente all'aumento del prezzo di y , una compensazione di reddito tale da consentirgli di raggiungere lo stesso livello di utilità che raggiungeva nel punto E (prima dell'aumento del prezzo p_y da 1 a 5). Occorre dunque calcolare le coordinate del punto E_c , cioè del punto di tangenza tra la curva di indifferenza passante per E e il vincolo di bilancio fittizio con pendenza pari al nuovo rapporto tra i prezzi.

Per trovare il punto E_c dobbiamo risolvere il seguente sistema

$$\begin{cases} U(E_c) = U(E) \\ SMS_{y,x} = \frac{p_x}{p_y} \end{cases}$$

La prima equazione esprime il fatto che il livello di utilità associato a E_c deve essere lo stesso di quello associato ad E ; la seconda condizione stabilisce che la curva di indifferenza passante per E_c sia tangente al vincolo di bilancio fittizio la cui pendenza è pari al nuovo rapporto tra i prezzi.

Calcoliamo innanzitutto il valore dell'utilità nel punto E

$$U(E) = 250^{\frac{1}{2}} * 500^{\frac{1}{2}} = (250 * 500)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{500 * 250} = \sqrt{125000}$$

Quindi il sistema da risolvere per determinare il punto E_c diviene:

$$\begin{cases} y^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{125000} \\ \frac{y}{x} = \frac{2}{5} \end{cases}$$

Dalla prima equazione (elevando entrambi i membri alla seconda) si ricava

$$y = \frac{125000}{x}$$

e, sostituendo nella seconda equazione:

$$\frac{125000}{x} = \frac{2}{5}$$

Da questa si ricava

$$x^c = 559$$

e per sostituzione

$$y^c = 224$$

Le coordinate del punto E_c sono quindi $E_c = (559, 224)$.

Possiamo ora scomporre l'effetto prezzo in effetto reddito ed effetto sostituzione.

1) Effetto sostituzione

L'effetto sostituzione misura l'effetto sulla quantità domandata derivante dal fatto che a seguito dell'aumento del prezzo di y è cambiato il prezzo relativo dei due beni. L'effetto sostituzione si misura nel passaggio da E_c ad E :

$$ES = y^c - y^* = 500 - 224 = -276$$

Se quindi, a seguito dell'aumento del prezzo di y il consumatore viene compensato in modo da mantenere inalterato il livello di utilità, la variazione della quantità domandata di y sarà negativa: aumentando il prezzo relativo di y , il consumatore sarà portato a diminuire la sua domanda per tale bene, poiché è diventato relativamente più costoso rispetto al bene x .

2) Effetto reddito

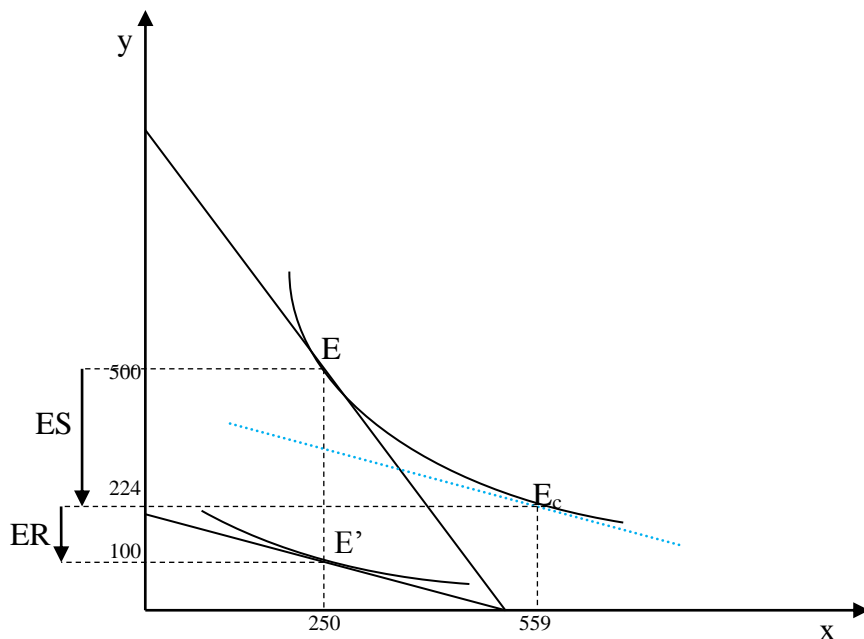
L'effetto reddito di una variazione di prezzo misura come varia la quantità domandata y a seguito esclusivamente della diminuzione del reddito reale a disposizione del consumatore (a parità di prezzi relativi). L'effetto reddito è quindi misurato dal passaggio da E' ad E_c .

$$ES = y^{**} - y^c = 100 - 224 = -124$$

L'effetto reddito è negativo in quanto un aumento del prezzo del bene y diminuisce il potere di acquisto del reddito a disposizione del consumatore e quindi la quantità domandata del bene stesso.

In questo esercizio poiché l'effetto sostituzione e l'effetto reddito sono entrambi negativi, l'effetto prezzo derivante dalla somma dei due effetti sarà negativo: all'aumentare del prezzo di y , la quantità domandata di y diminuisce, sia perché è aumentato il prezzo relativo di questo bene, sia perché è diminuito il reddito reale a disposizione del consumatore.

d) Poiché all'aumentare del prezzo di y il consumo del bene x non varia (resta 250 in entrambi gli equilibri), i due beni sono indipendenti.



e) La variazione compensativa è la differenza tra il reddito che occorrerebbe al consumatore per raggiungere il punto E_c e quello necessario per raggiungere E (quello originario), ovvero quello che gli è sufficiente per ottenere lo stesso livello di utilità iniziale ai nuovi prezzi. Dobbiamo quindi scrivere il vincolo di bilancio con i nuovi prezzi e sostituirvi i valori del paniere E_c lasciando come unica incognita il reddito R :

$$R(E_c) = 2 \cdot 559 + 5 \cdot 224 = 2238$$

2238 è quindi il reddito necessario all'individuo per acquistare il paniere E_c ai nuovi prezzi. Quindi la variazione compensativa necessaria a consentire al consumatore di raggiungere lo stesso livello di utilità precedente all'aumento dei prezzi sarà

$$R(E_c) - R(E) = 2238 - 1000 = 1238$$

Nel caso di un aumento di prezzo, la compensazione necessaria a lasciare il consumatore sulla stessa curva di indifferenza deve essere positiva, perché il suo reddito reale diminuisce. Osserviamo la variazione della quantità domandata nel passaggio da E_c a E' (a seguito cioè di una diminuzione del reddito reale):

$$\left(\frac{\Delta y}{\Delta R} \right) = \frac{y(E_c) - y(E')}{R(E_c) - R(E')} = \frac{224 - 100}{1238} > 0$$

In generale il segno positivo dell'equazione indica che il bene y è NORMALE (cioè ad un aumento del reddito a disposizione corrisponde un aumento della quantità domandata del bene).

Nei termini dell'esercizio proposto, il fatto che il bene y sia normale significa che quando il prezzo del bene y cresce, il reddito reale diminuisce e quindi l'effetto reddito è negativo (se p_y aumenta, considerando esclusivamente la diminuzione di reddito reale che questo aumento comporta, si avrà una diminuzione della quantità domandata del bene y).

Nota che il fatto di osservare il segno positivo nell'equazione $\Delta y / \Delta R$ indica solo che il bene è normale. Se il prezzo di un bene normale diminuisce, il reddito reale aumenta e l'effetto reddito è positivo. Se però il prezzo di un bene normale (come in questo esercizio per il bene y) aumenta, significa che il reddito reale si riduce (minore potere d'acquisto) e quindi l'effetto reddito è negativo.

Esercizio 2

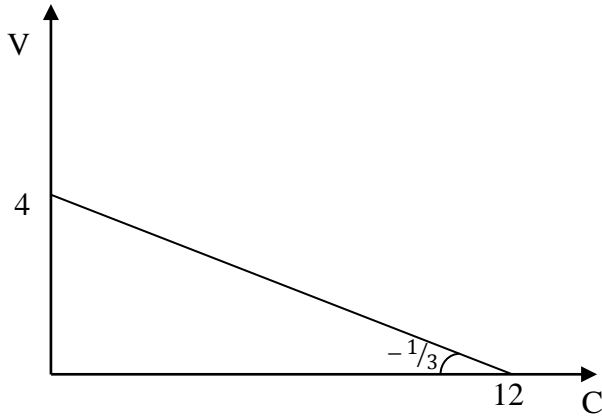
La funzione di utilità di Gianna, associata al consumo di cibo C e vestiario V , è data da $U(C,V) = C^2V^2$

- Si supponga che il cibo abbia un prezzo unitario pari a 1 Euro e che il vestiario costi 3 Euro. Gianna ha un reddito pari a 12 Euro. Si scriva e rappresenti graficamente il vincolo di bilancio di Gianna.
- Qual è la quantità di cibo e vestiario che massimizza l'utilità di Gianna? A quanto ammonta l'utilità totale associata a tale paniere di consumo ottimo? Qual è il saggio marginale di sostituzione tra cibo e vestiario quando l'utilità è massimizzata?
- Si supponga che Gianna acquisti 3 unità di cibo e 3 unità di vestiario con il suo reddito di 12 Euro. Il saggio marginale di sostituzione tra cibo e vestiario sarà maggiore o minore di quello che avete calcolato al punto (b)? Perché?
- Si supponga ora che sul cibo venga imposta una tassa e il prezzo del cibo aumenta del 20%. Individuate il nuovo paniere ottimale di Gianna.

- e) Si definiscano i concetti di effetto di sostituzione e di effetto di reddito. Si rappresentino su un grafico i due effetti a seguito dell'aumento del prezzo del cibo di cui al punto d).

Soluzione

- a) Il vincolo di bilancio è dato da: $C + 3V = 12$



- b) La condizione di ottimo è $\frac{UM_C}{UM_V} = \left| \frac{p_C}{p_V} \right|$

$$UM_C = \frac{\partial U}{\partial C} = 2CV^2; UM_V = \frac{\partial U}{\partial V} = 2VC^2$$

$$\frac{UM_C}{UM_V} = \frac{2CV^2}{2VC^2} = \frac{V}{C} \Rightarrow \frac{V}{C} = \frac{1}{3} \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot C \text{ sostituiamo nel vincolo}$$

$$C + 3\left(\frac{1}{3} \cdot C\right) = 12 \Rightarrow 2C = 12 \Rightarrow C^* = 6 \text{ quindi}$$

$$V^* = \frac{1}{3} \cdot 6 = 2$$

L'utilità totale associata al paniere ottimale è

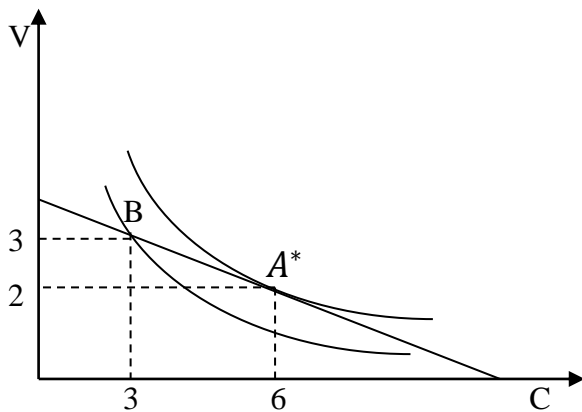
$$U(6,2) = 6^2 \cdot 2^2 = 36 + 4 = 40$$

Il saggio marginale di sostituzione quando l'utilità è massimizzata è quello in corrispondenza del paniere ottimale:

$$SMS = \frac{UM_C}{UM_V} = \left| \frac{p_C}{p_V} \right|$$

$$\frac{UM_C}{UM_V} = \frac{V}{C} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = \left| \frac{p_C}{p_V} \right|$$

- c) Il saggio marginale di sostituzione in corrispondenza del punto B(3,3) è pari a 1; pertanto in questo caso il saggio marginale di sostituzione risulta maggiore. In questo punto la pendenza della curva di indifferenza è maggiore rispetto al pendenza del vincolo di bilancio e alla pendenza della curva di indifferenza nel punto ottimo: è possibile aumentare l'utilità dell'individuo scambiando vestiti con cibo. Gianna sarebbe infatti disposta a rinunciare a 1 unità di vestitarioper ricevere 1 unità addizionale di cibo, ma ai prezzi di mercato, per ottenere 1 unità aggiuntiva di cibo è sufficiente rinunciare a $\frac{1}{3}$ unità di vestiti; Gianna scambia quindi vestiti per cibo fino ad arrivare al paniere ottimo A^* .



$$SMS_B > \left| \frac{p_C}{p_V} \right|$$

$$SMS_B > SMS_{A^*}$$

d) Il nuovo prezzo del cibo è

$$p_C = 1 + \frac{2}{10} = 1,2 = \frac{6}{5}$$

Pertanto il vincolo di bilancio risulta essere: $\frac{6}{5}C + 3V = 12$; la condizione di ottimo è sempre quella dei punti precedenti, quindi:

$$\frac{UM_C}{UM_V} = \left| \frac{p_C}{p_V} \right| \Rightarrow \frac{V}{C} = \frac{6/5}{5} \Rightarrow V = \frac{2}{5}C \text{ e sostituiamo nel vincolo}$$

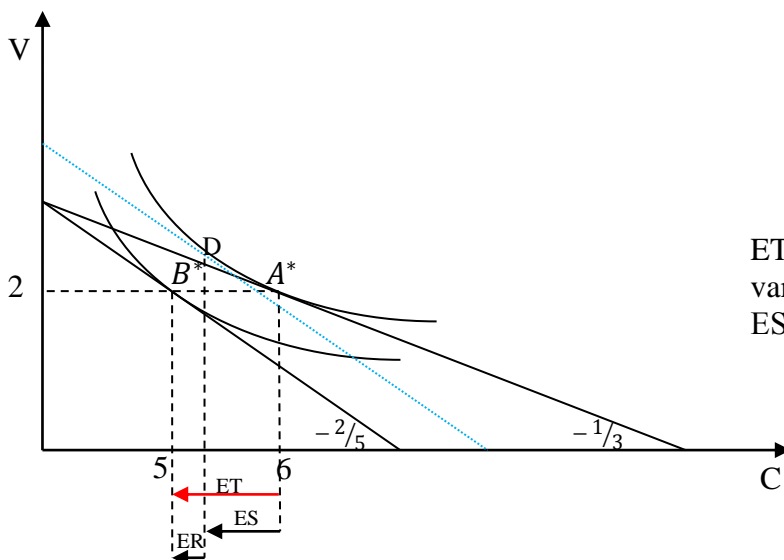
$$\frac{6}{5}C + 3\left(\frac{2}{5}C\right) = 12 \Rightarrow \frac{12}{5}C = 12 \Rightarrow C^* = 5$$

$$\text{e di conseguenza } V^* = \frac{2}{5} \cdot 5 = 2$$

e) **Effetto di sostituzione:** variazione di C associata alla variazione del proprio prezzo, a parità di utilità;

Effetto di reddito: variazione di C dovuta alla variazione del potere d'acquisto, a prezzi relativi invariati.

L'aumento del prezzo del cibo modifica la pendenza del vincolo di bilancio: il vincolo diventa più ripido. Il cibo è un bene normale: la riduzione del potere d'acquisto comporta una riduzione della quantità domandata.



ET: effetto totale causato dalla variazione di p_C

ES e ER: componenti dell'effetto totale

Esercizio 3: Scelte del consumatore, curve di Engel e curve di domanda

Un consumatore ha preferenze rappresentate dalla seguente funzione di utilità:

$$U(x, y) = x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}}$$

- determinare la scelta ottimale del consumatore se il suo reddito monetario è pari a 210 e i prezzi dei beni sono $p_x = 15$ e $p_y = 60$;
- determinare l'ottimo del consumatore nel caso in cui il reddito passi da 210 a 180;
- determinare le curve di Engel per i due beni;
- ritorniamo al reddito iniziale di 210; determinare come cambia la scelta del consumatore nel caso in cui il prezzo del bene x passi da 15 a 20;
- determinare la curva di domanda individuale per il bene x e per il bene y ;
- determinare il valore dell'elasticità diretta per il bene x in corrispondenza dei due punti che rappresentano la scelta ottimale del consumatore e il valore dell'elasticità di prezzo incrociata.

Soluzione

a) L'ottimo del consumatore si ottiene risolvendo il sistema

$$\begin{cases} SMS_{x,y} = \frac{p_x}{p_y} \\ R = p_x x + p_y y \end{cases}$$

in cui la prima equazione rappresenta la condizione di tangenza tra curva di indifferenza e vincolo di bilancio e la seconda il vincolo di bilancio del consumatore. Nel nostro caso, il saggio marginale di sostituzione, dato dal rapporto $\frac{U'_x}{U'_y}$ (dove U'_x è l'utilità marginale del bene x e U'_y quella del bene y) è pari a

$$SMS_{x,y} = \frac{U'_x}{U'_y} = \frac{y}{x}$$

Possiamo quindi riscrivere il sistema

$$\begin{cases} \frac{y}{x} = \frac{15}{60} \\ 210 = 15x + 60y \end{cases}$$

Dalla prima equazione si ottiene

$$y = \frac{1}{4}x$$

Sostituendo questa espressione nel vincolo di bilancio, si ottiene

$$210 = 15x + 60 \frac{1}{4}x$$

Risolviendo questa equazione in x troviamo

$$x^* = 7$$

e, per sostituzione

$$y^* = 7/4$$

Quindi l'equilibrio del consumatore è dato dal paniere

$$E = (7; 7/4)$$

b) Dato il nuovo reddito del consumatore, il sistema da risolvere è ora

$$\begin{cases} \frac{y}{x} = \frac{15}{60} \\ 180 = 15x + 60y \end{cases}$$

Dalla prima equazione otteniamo, come nel caso precedente,

$$y = \frac{1}{4}x$$

e, sostituendo nella seconda,

$$x^* = 6$$

per cui

$$y^* = 3/2$$

Il nuovo equilibrio è quindi

$$E' = (6; 3/2)$$

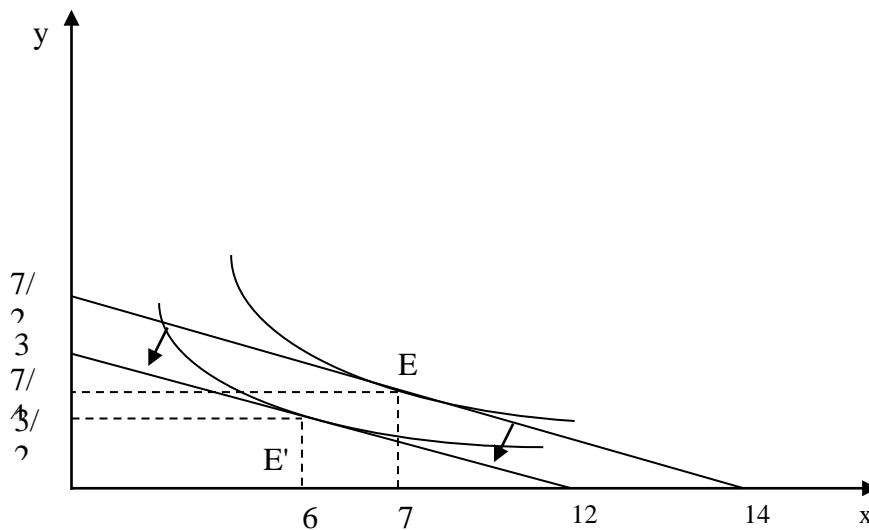
Rappresentiamo graficamente lo spostamento del vincolo di bilancio a seguito dell'aumento del reddito del consumatore e il relativo ottimo del consumatore.

Vincolo di bilancio prima dell'aumento del reddito:

$$210 = 15x + 60y \rightarrow y = \frac{7}{2} - \frac{1}{4}x$$

Vincolo di bilancio dopo l'aumento del reddito:

$$180 = 15x + 60y \rightarrow y = 3 - \frac{1}{4}x$$



c) Le curve di Engel esprimono la relazione tra il reddito a disposizione del consumatore e la domanda di ciascuno dei due beni. A livello qualitativo, dal confronto tra gli equilibri E ed E' si può notare come al diminuire del reddito diminuisca la quantità domandata di entrambi i beni: x e y sono pertanto beni *normali*.

Per ricavare algebricamente le curve di Engel, occorre risolvere il sistema seguente (uguale ai precedenti, tranne che per il fatto che non assegniamo un valore numerico al reddito ma lo indichiamo con un generico R):

$$\begin{cases} \frac{y}{x} = \frac{1}{4} \\ R = 15x + 60y \end{cases}$$

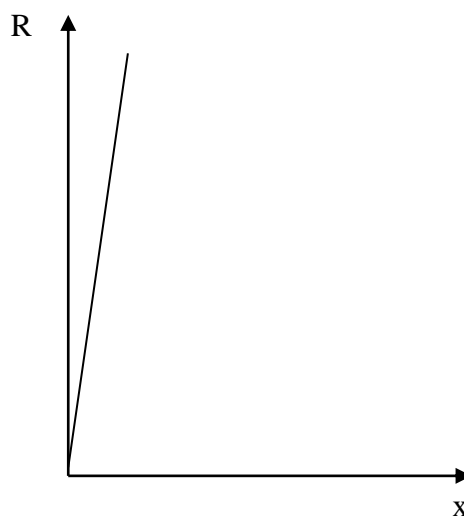
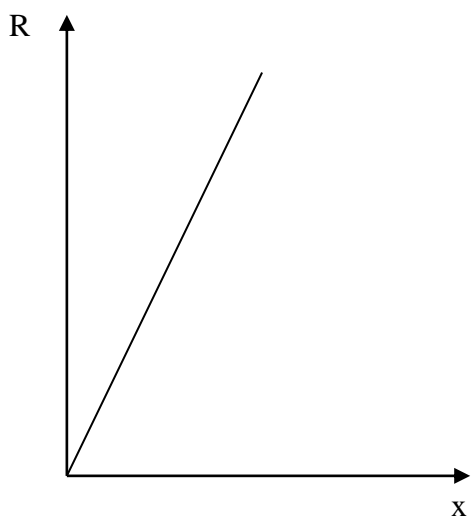
Risolvendo otteniamo

$$R = 30x$$

$$R = 120y$$

che sono le curve engeliane rispettivamente per il bene x e per il bene y . Come osservato in precedenza, tali funzioni esprimono una relazione positiva tra reddito e consumo per entrambi i beni, in quanto sono rette con pendenza positiva. Curve di Engel con pendenza positiva indicano che i beni x e y sono BENI NORMALI, ovvero la loro quantità domandata aumenta all'aumentare del reddito.

Rappresentiamo le curve di Engel sul piano cartesiano:



d) Nel caso in cui $p'_x = 20$ (al reddito iniziale $R=210$), l'ottimo del consumatore si ottiene risolvendo il sistema

$$\begin{cases} \frac{y}{x} = \frac{20}{60} \\ 210 = 20x + 60y \end{cases}$$

Dalla prima equazione si ricava

$$y = \frac{1}{3}x$$

che, sostituita a y nel vincolo di bilancio, dà

$$x^* = \frac{21}{4}$$

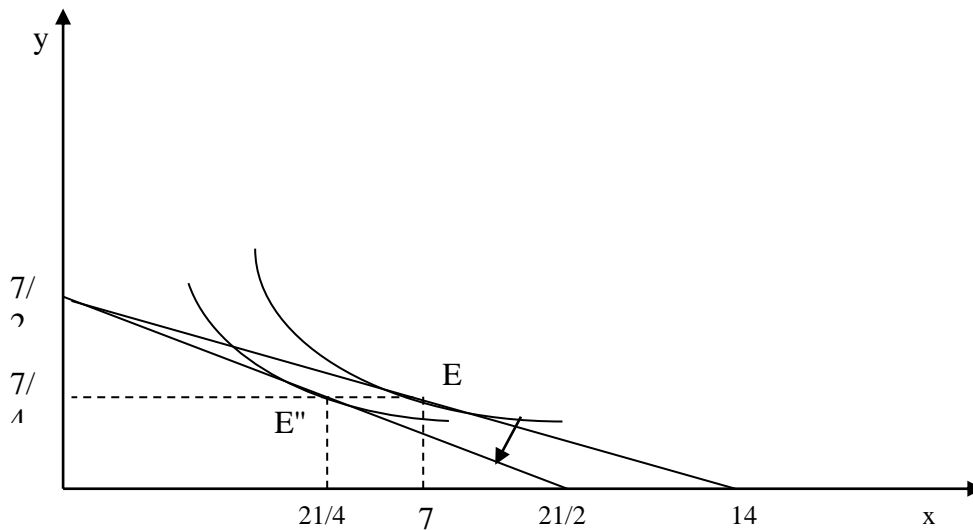
e quindi

$$y^* = \frac{7}{4}$$

Per cui

$$E''' = \left(\frac{21}{4}, \frac{7}{4} \right)$$

Quindi all'aumentare del prezzo di x , il consumo del bene x diminuisce, mentre quello del bene y rimane invariato.



e) Analizziamo più approfonditamente la relazione tra prezzo e consumo dei due beni ricavando le curve di domanda individuali per il bene y e per il bene x (al livello di reddito iniziale). Per fare ciò, impostiamo un sistema simile a quelli dei precedenti punti, lasciando però indicati i prezzi dei due beni come p_x e p_y

$$\begin{cases} \frac{y}{x} = \frac{p_x}{p_y} \\ 210 = p_x x + p_y y \end{cases}$$

dalla prima equazione si ricava

$$y = \frac{p_x}{p_y} x$$

che sostituiamo nella seconda per ottenere

$$210 = p_x x + p_y \frac{p_x}{p_y} x$$

Da cui si ricava

$$x = \frac{105}{p_x}$$

e, sostituendo nell'equazione per y

$$y = \frac{105}{p_y}$$

Queste equazioni sono le curve di domanda individuale rispettivamente del bene x e del bene y , ed esprimono la relazione tra prezzo di un bene e quantità domandata dello stesso. Risulta quindi evidente che entrambi i beni, in questo caso, seguono la legge della domanda, in quanto all'aumentare del prezzo diminuisce la quantità domandata del bene in oggetto (e viceversa).

Inoltre in questo esempio nell'equazione della curva di domanda individuale per il bene x non compare il prezzo del bene y (e lo stesso vale per la domanda di y rispetto al prezzo di x): questo significa che i due beni sono indipendenti, in quanto al variare del prezzo di y , la domanda per il bene x rimane invariata. In particolare, si può verificare che l'elasticità incrociata della domanda del bene y rispetto al prezzo del bene x è nulla (e lo stesso vale per quella di x rispetto a p_y).

f) L'elasticità della domanda del bene x è pari a:

$$\varepsilon_x^{p_x} = \frac{\Delta x/x}{\Delta p_x/p_x} = \frac{\Delta x}{\Delta p_x} \frac{p_x}{x}$$

Per variazioni infinitesimali l'elasticità può essere calcolata come:

$$\varepsilon_x^{p_x} = \frac{dx}{dp_x} \frac{p_x}{x}$$

Il primo fattore non è altro che la derivata prima della funzione di domanda di x rispetto al prezzo, ovvero (utilizzando l'espressione ricavata sopra per la domanda di x):

$$\frac{dx}{dp_x} = -\frac{105}{p_x^2}$$

Nel punto E il valore dell'elasticità è quindi pari a:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x^{p_x}(E) &= \frac{dx}{dp_x} \frac{p_x}{x} = \\ &= -\frac{105}{15^2} \frac{15}{7} = -1 \end{aligned}$$

Nel punto E'' il valore dell'elasticità è:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x^{p_x}(E'') &= \frac{dx}{dp_x} \frac{p_x}{x} = \\ &= -\frac{105}{20^2} \frac{20}{5,25} = -1 \end{aligned}$$

Abbiamo così derivato una delle proprietà a cui danno luogo le funzioni di utilità di tipo Cobb-Douglas: l'elasticità al prezzo diretta è costante e pari a -1 lungo tutta la curva di domanda.

L'elasticità incrociata della domanda di y rispetto al prezzo di x è definita come il rapporto tra la variazione percentuale della quantità domandata di y e la variazione percentuale del prezzo di x , ovvero:

$$\varepsilon_y^{p_x} = \frac{dy/y}{dp_x/p_x} = \frac{dy}{dp_x} \frac{p_x}{y}$$

L'elasticità incrociata è dunque il prodotto tra la derivata della funzione di domanda di y rispetto al prezzo di x in un punto e il rapporto tra i valori del prezzo e della quantità domandata in quel punto.

Nel nostro caso, la derivata prima della funzione di domanda di y rispetto al prezzo di x è nulla in ogni punto, per cui il valore dell'elasticità incrociata è sempre zero (lo stesso vale per l'elasticità incrociata della domanda di x rispetto al prezzo di y). Questo significa che i due beni sono indipendenti, ovvero al variare del prezzo di uno dei due beni la quantità domandata dell'altro rimane invariata.

Esercizio 4

Le preferenze di un consumatore sono rappresentate dalla seguente funzione di utilità:

$$U(A, B) = A^{1/2} B^{2/3}$$

- determinare la scelta ottimale del consumatore se il suo reddito monetario è pari a 250 e i prezzi dei beni sono $p_A = 10$ e $p_B = 25$;
- determinare l'ottimo del consumatore nel caso in cui il reddito passi da 250 a 210;
- determinare le curve di Engel per i due beni;
- determinare come cambia la scelta del consumatore nel caso in cui il prezzo del bene A passi da 10 a 15;
- determinare la curva di domanda per il bene A e per il bene B.

Soluzione

a) Il paniere ottimale deve soddisfare la condizione di ottimo:

$$SMS = \frac{UM_A}{UM_B} = \left| \frac{p_A}{p_B} \right|$$

$$UM_A = \frac{\partial U}{\partial A} = \frac{1}{3} A^{-\frac{2}{3}} B^{\frac{2}{3}} = \frac{1}{3} \left(\frac{B}{A} \right)^{\frac{2}{3}} ; UM_B = \frac{\partial U}{\partial B} = \frac{2}{3} A^{\frac{1}{3}} B^{-\frac{1}{3}} = \frac{2}{3} \left(\frac{B}{A} \right)^{-\frac{1}{3}}$$

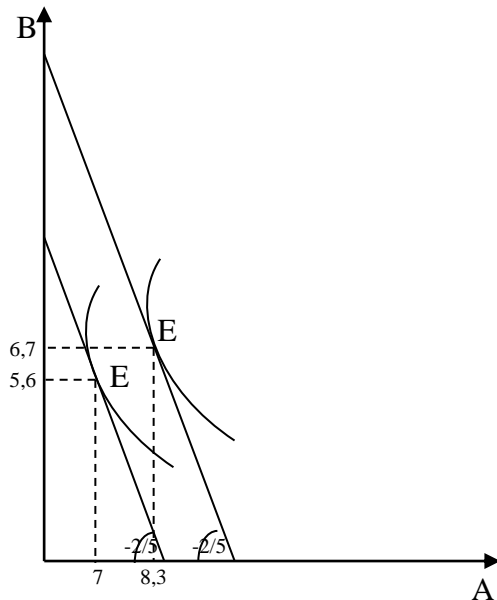
$$\frac{UM_A}{UM_B} = \left| \frac{p_A}{p_B} \right| \Rightarrow \frac{\frac{1}{3} \left(\frac{B}{A} \right)^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3} \left(\frac{B}{A} \right)^{-\frac{1}{3}}} = \frac{10}{25} \Rightarrow \frac{B}{2A} = \frac{2}{5} \Rightarrow B = \frac{4}{5} A \text{ sostituiamo nel vincolo}$$

$$10A + 25 \left(\frac{4}{5} A \right) = 250 \Rightarrow 10A + 20A = 250 \Rightarrow 30A = 250 \Rightarrow A^* = \frac{25}{3} \cong 8,3$$

$$\text{E di conseguenza } B^* = \frac{4}{5} \cdot \frac{25}{3} = \frac{20}{3} \cong 6,7$$

b) Il reddito si è ridotto a 210; il vincolo di bilancio è $10A + 25B = 210$

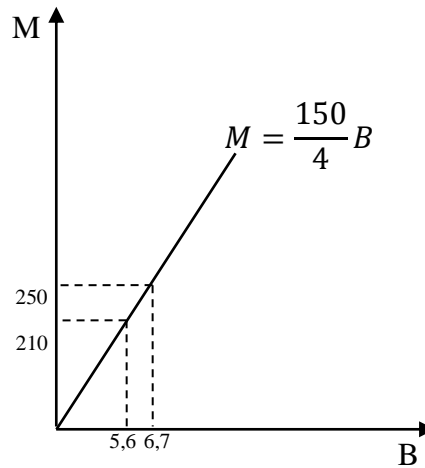
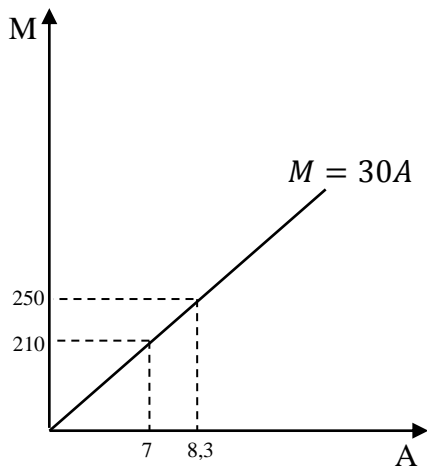
In base ai passaggi svolti prima, $A^* = \frac{21}{3} = 7$ e $B^* = \frac{4}{5} \cdot 7 = \frac{28}{5} \cong 5,6$



c) Le curve di Engel per ciascuno dei due beni sono riportate di seguito: per entrambi i beni al ridursi di M , la quantità domandata si riduce $\Rightarrow A$ e B sono beni normali. Le equazioni delle due curve si ottengono risolvendo i sistemi

$$\begin{cases} \frac{B}{A} = \frac{4}{5} \Rightarrow B = \frac{4}{5} A \\ M = 10A + 25B \Rightarrow M = 10A + 25 \left(\frac{4}{5} A \right) \Rightarrow M = 30A \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{B}{A} = \frac{4}{5} \Rightarrow A = \frac{5}{4} B \\ M = 10A + 25B \Rightarrow M = 10 \left(\frac{5}{4} B \right) + 25B \Rightarrow M = \frac{150}{4} B \end{cases}$$

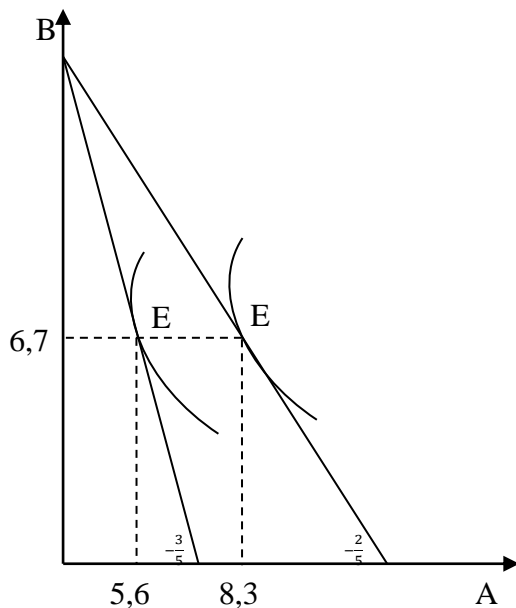


- d) $p'_A = 15$: ciò comporta una variazione nella pendenza del vincolo di bilancio; la condizione di ottimo che deve essere soddisfatta quindi diventa:

$$\frac{UM_A}{UM_B} = \left| \frac{p'_A}{p_B} \right| \Rightarrow \frac{B}{2A} = \frac{15}{25} \Rightarrow B = \frac{6}{5}A, \text{ sostituiamo nel vincolo}$$

$$250 = 15A + 25B \Rightarrow 250 = 15A + 25\left(\frac{6}{5}A\right) \Rightarrow A^* = \frac{50}{9} \cong 5,6 \text{ e quindi}$$

$$B = \frac{6}{5} \cdot \frac{50}{9} = \frac{20}{3} \cong 6,7$$



- e) Per trovare le equazioni delle curve di domanda dei beni A e B bisogna risolvere la condizione di ottimo senza assegnare i valori ai prezzi dei due beni.

$$\frac{B}{2A} = \frac{p_A}{p_B} \Rightarrow B = \frac{2p_A}{p_B}A; \text{ sostituiamo nel vincolo:}$$

$$250 = p_A A + p_B B \Rightarrow 250 = p_A A + p_B \left(\frac{2p_A}{p_B} A \right) \Rightarrow 3p_A A = 250 \Rightarrow A = \frac{250}{3p_A} \text{ che è la}$$

funzione di domanda del bene A; sostituendo, come di consueto, nella prima equazione si ottiene $B = \frac{2p_A}{p_B} \cdot \frac{250}{3p_A} = \frac{500}{3p_B}$ che rappresenta invece la funzione di domanda del bene B.

L'equazione della curva di domanda del bene A non dipende dal prezzo del bene B e viceversa: allora i due beni sono indipendenti, perché al variare del prezzo di uno dei due beni la quantità domandata dell'altro bene non cambia. Questo concetto è espresso per mezzo dell'elasticità incrociata, cioè il rapporto fra la variazione percentuale della quantità domandata di un bene e la variazione percentuale del prezzo dell'altro bene

$$\varepsilon_{AB} = \frac{\frac{\partial B}{\partial p_A}}{\frac{\partial B}{\partial p_A} \frac{p_A}{B}} = \frac{\partial B}{\partial p_A} \frac{p_A}{B}$$

In questo caso la derivata della domanda di ciascun bene rispetto al prezzo dell'altro bene è nulla, pertanto l'elasticità incrociata è sempre zero.

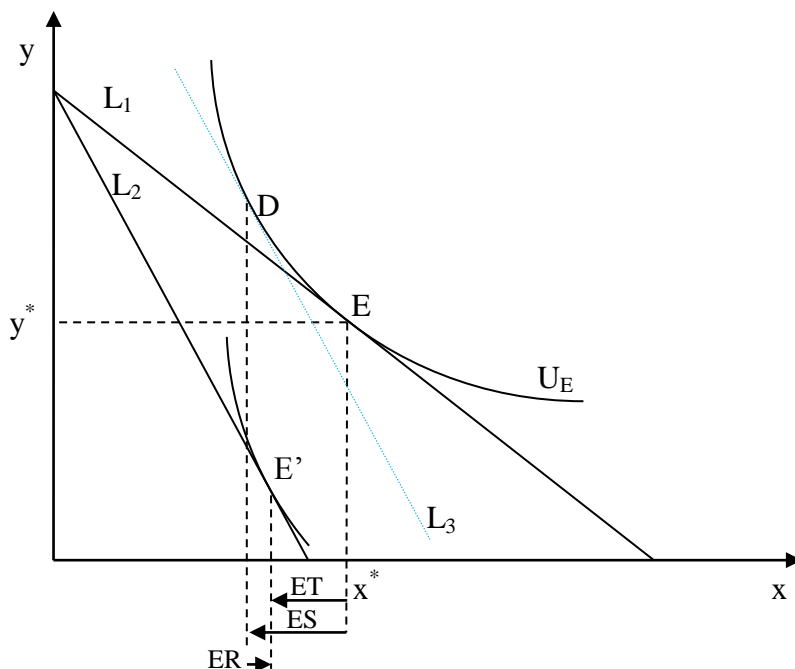
Esercizio 5

Un individuo le cui preferenze sono espresse dalla generica funzione di utilità $U(x, y) = f(x, y)$, ripartisce il proprio reddito fra i beni x e y e massimizza la propria utilità in corrispondenza del paniere ottimale $E(x^*, y^*)$. Se il bene x è un bene inferiore:

- Rappresentare graficamente gli effetti di reddito e di sostituzione associati ad un aumento del prezzo del bene x;
- Cosa accade se p_x si riduce anziché aumentare?
- Ripetere i punti a) e b) nel caso in cui x sia un bene di Giffen

Soluzione

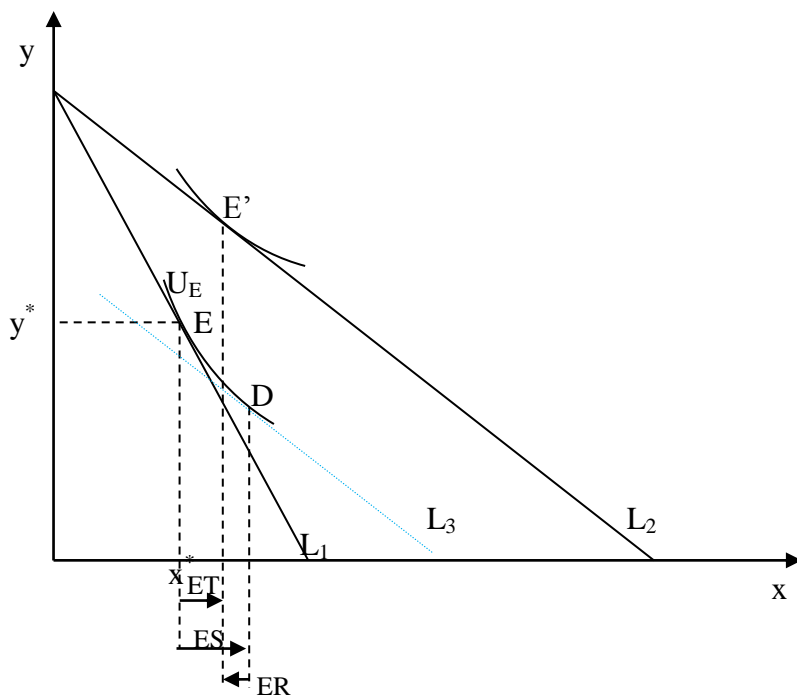
- x è un bene inferiore e il suo prezzo aumenta, la scomposizione è come segue:



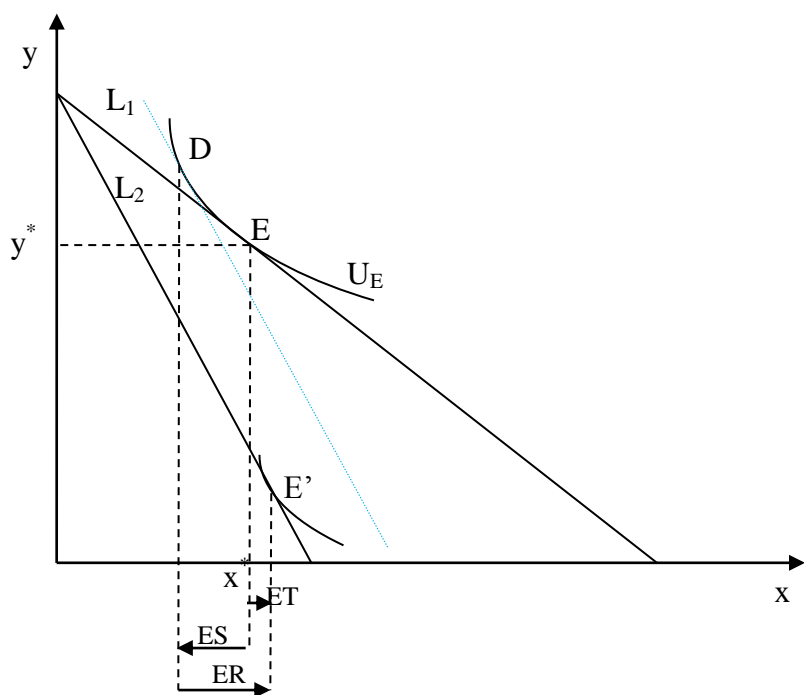
Se il prezzo di x aumenta, cambia l'inclinazione del vincolo di bilancio L_1 , diventando più ripido, per esempio in corrispondenza del nuovo vincolo L_2 . L'aumento di p_x riduce la domanda di x, perché il bene y è diventato più conveniente in termini relativi. Supponiamo di poter compensare il

consumatore della riduzione del potere d'acquisto causata dall'aumento di p_x , in modo da permettergli di mantenere inalterata la propria utilità: graficamente ciò significa individuare un vincolo di bilancio fittizio (L_3), con la stessa pendenza di L_2 e tangente alla curva di indifferenza U_E . In questo modo individuiamo il paniere D, che conferisce al consumatore la stessa utilità di E (perché si trova sulla stessa curva di indifferenza), ma che è composto da una quantità inferiore del bene x, perché riflette l'aumento di p_x . In questo modo è possibile isolare l'effetto di sostituzione, perché la variazione di x (di segno opposto alla variazione di p_x) è causata proprio dall'aumento del prezzo e non dalla riduzione del potere d'acquisto del consumatore (che è stato compensato di questa perdita). Il passaggio da E a D misura quindi l'effetto di sostituzione. La direzione dell'effetto di reddito invece dipende dalla natura del bene: dato che x è un bene inferiore, ciò implica che una riduzione del potere d'acquisto, indotta dall'aumento di p_x , faccia aumentare la domanda di x. Per i beni inferiori effetto di reddito e di sostituzione hanno segno opposto: il passaggio da D a E' comporta infatti un aumento della quantità consumata del bene x.

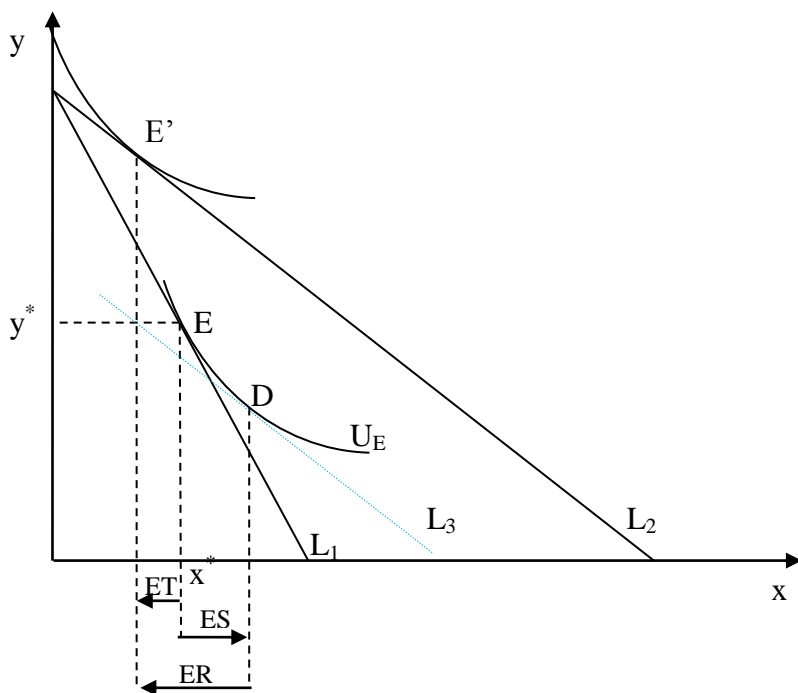
- b) x è un bene inferiore e il suo prezzo si riduce: il procedimento è speculare rispetto al punto a) con la differenza che per compensare l'aumento del potere d'acquisto dovuto alla riduzione di p_x bisogna stavolta ridurre il reddito del consumatore. Da E a D si misura l'effetto di sostituzione, da D a E' l'effetto di reddito. Anche in questo caso l'effetto di reddito opera sempre in senso opposto rispetto alla variazione di prezzo e l'effetto di reddito contrasta quello di sostituzione perché il bene x è inferiore.



c) Se x è un bene di Giffen, la quantità domandata aumenta all'aumentare del prezzo (e si riduce al ridursi del prezzo). Se, a partire dalla condizione iniziale, si verifica un aumento del prezzo di x , la scomposizione fra effetto di reddito e di sostituzione è la seguente:



Il paniere finale E' contiene una quantità di x superiore rispetto al paniere ottimale iniziale E , nonostante l'aumento del prezzo p_x : questa violazione della legge della domanda è causata dall'effetto di reddito: non solo effetto di reddito e di sostituzione hanno segno opposto come per i beni inferiori, ma l'effetto di reddito riesce a più che compensare l'effetto di sostituzione. Se il prezzo p_x invece si riduce, la scomposizione è la seguente:



In questo caso l'effetto di reddito è di intensità tale da compensare in misura maggiore l'effetto di sostituzione: se x è un bene di Giffen, una riduzione di p_x riduce la quantità domandata del bene.

DOMANDE A RISPOSTA MULTIPLA

1. Quale curva è il luogo geometrico di tutte le possibili combinazioni di due beni che massimizzano il benessere del consumatore al variare del prezzo di uno dei due beni?

- a. La curva di domanda individuale.
- b. La curva di Engel.
- c. La curva di reddito-consumo.
- d. La curva di prezzo-consumo.

Soluzioni:

- a. *Errato. La curva di domanda individuale esprime la relazione tra la quantità di un bene acquistata dal consumatore al variare del prezzo del bene stesso.*
- b. *Errato. La curva di Engel esprime la relazione tra la quantità di un bene acquistata dal consumatore al variare del suo reddito.*
- c. *Errato. La curva di reddito-consumo è il luogo geometrico di tutte le possibili combinazioni di due beni che massimizzano il benessere del consumatore al variare del suo reddito.*
- d. *Corretto. La curva di prezzo-consumo può essere rappresentata in un grafico bidimensionale, indicando su ciascuno dei due assi le quantità dei due beni.*

2. Scendendo lungo la curva di domanda:

- a. Il livello di utilità del consumatore diminuisce.
- b. Il livello di utilità del consumatore aumenta.
- c. Il livello di utilità del consumatore rimane costante.
- d. Il livello di utilità del consumatore inizialmente aumenta, poi diminuisce.

Soluzioni:

- a. *Errato. Scendendo lungo la curva di domanda, a parità di altre condizioni, il prezzo del bene diminuisce e la quantità consumata del bene aumenta. In conseguenza, il livello di utilità raggiunto non può che aumentare.*
- b. *Corretto. Scendendo lungo la curva di domanda, a parità di altre condizioni, il prezzo del bene diminuisce e la quantità consumata del bene aumenta. In conseguenza, il livello di utilità raggiunto non può che aumentare.*
- c. *Errato. Scendendo lungo la curva di domanda, a parità di altre condizioni, il prezzo del bene diminuisce e la quantità consumata del bene aumenta. In conseguenza, il livello di utilità raggiunto non può che aumentare.*
- d. *Errato. Scendendo lungo la curva di domanda, a parità di altre condizioni, il prezzo del bene diminuisce e la quantità consumata del bene aumenta. In conseguenza, il livello di utilità raggiunto non può che aumentare.*

3. Lungo la curva di domanda individuale di caffè, quale dei seguenti valori rimane costante?

- a. Il prezzo del caffè.
- b. L'utilità marginale del caffè.
- c. La quantità domandata di caffè.
- d. Il reddito del consumatore.

Soluzioni

- a. *Errato. Scendendo lungo la curva di domanda individuale di caffè, il prezzo del caffè diminuisce.*
- b. *Errato. Scendendo lungo la curva di domanda individuale di caffè, l'utilità marginale del caffè diminuisce.*
- c. *Errato. Scendendo lungo la curva di domanda individuale di caffè, la quantità domandata di caffè aumenta.*
- d. *Corretto. La curva di domanda individuale di caffè è il luogo di tutte le possibili combinazioni di prezzo e quantità domandata di caffè che massimizzano il benessere del consumatore a parità di altre condizioni, e quindi anche a parità di reddito.*

4. L'effetto di sostituzione è la variazione del consumo di un bene:

- a. associata al cambiamento del suo prezzo, tenendo il livello di utilità costante.
- b. associata al cambiamento del suo prezzo, e facendo variare il livello di utilità.
- c. associata al cambiamento del potere di acquisto del consumatore, tenendo il prezzo del bene costante.
- c. associata al cambiamento del potere di acquisto del consumatore, tenendo il livello di utilità costante.

Soluzioni:

- a. *Corretto. Se il prezzo del bene aumenta, per restare sulla stessa curva di indifferenza, il consumatore riduce il consumo del bene diventato relativamente più costoso e aumenta il consumo del diventato relativamente meno costoso.*
- b. *Errato. L'effetto di sostituzione si ottiene calcolando come varia il consumo di un bene al variare del suo prezzo, tenendo il livello di utilità costante.*
- c. *Errato. Questa è la definizione dell'effetto di reddito. L'effetto di sostituzione si ottiene calcolando come varia il consumo di un bene al variare del suo prezzo, tenendo il livello di utilità costante*
- c. *Errato. L'effetto di sostituzione si ottiene calcolando come varia il consumo di un bene al variare del suo prezzo, tenendo il livello di utilità costante.*

5. Quale dei seguenti eventi provoca uno spostamento verso destra della curva di domanda di mercato?

- a. Una diminuzione del numero dei consumatori presenti nel mercato.
- b. Un aumento del numero dei consumatori presenti nel mercato.
- c. Un aumento del prezzo del bene.
- d. Una diminuzione del reddito di molti consumatori.

Soluzioni:

- a. *Errato. Una diminuzione del numero dei consumatori presenti nel mercato provoca una riduzione della quantità domandata per ogni dato livello di prezzo, e dunque uno spostamento della curva di domanda di mercato verso sinistra.*
- b. *Corretto. Un aumento del numero dei consumatori presenti nel mercato provoca un aumento della quantità domandata per ogni dato livello di prezzo, e dunque uno spostamento della curva di domanda di mercato verso destra.*
- c. *Errato. Un aumento del prezzo del bene si traduce in un movimento lungo la curva di domanda di mercato, non in un suo spostamento.*
- d. *Errato. Se il reddito di molti consumatori diminuisce, si verifica una riduzione della quantità domandata per ogni dato livello di prezzo, e dunque uno spostamento della curva di domanda di mercato verso sinistra.*

6. Al variare del prezzo, la somma spesa da Antonio nell'acquisto di formaggio spalmabile rimane costante. In conseguenza, la sua curva di domanda è:

- a. anelastica al prezzo.
- b. elastica al prezzo.
- c. isoelastica.
- d. a elasticità unitaria.

Soluzioni:

- a. *Errato. Se la curva di domanda di Antonio è anelastica, la somma spesa nell'acquisto di formaggio spalmabile aumenta all'aumentare del prezzo.*
- b. *Errato. Se la curva di domanda di Antonio è elastica, la somma spesa nell'acquisto di formaggio spalmabile diminuisce all'aumentare del prezzo.*
- c. *Errato. Se la curva di domanda di Antonio è isoelastica, la sua curva di domanda presenta elasticità costante. Ma la relazione tra la spesa e il prezzo dipende dal valore dell'elasticità, non dal fatto che sia costante o meno.*
- d. *Corretto. Se la curva di domanda di Antonio è a elasticità unitaria, la quantità domandata varia in misura esattamente proporzionale al prezzo: a un aumento del prezzo dell'1 per cento corrisponde una diminuzione della quantità domandata dell'1 per cento. In conseguenza, la somma spesa nell'acquisto del bene rimane costante.*